

Misure di Densità

(Classe IE a.s. 2014/15)

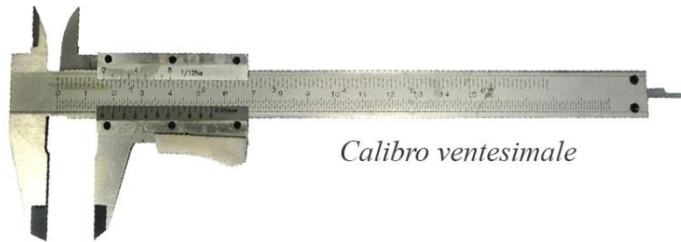
Scopo dell'esperimento:

Misurare la densità di una piramide a base quadrata con l'utilizzo del calibro ventesimale e di un righello, individuando quale tra le due sia più precisa.

Apparato strumentale:

1) Calibro ventesimale:

- Nome Strumentocalibro ventesimale
- MarcaMetr.-ISC
- Codice320701
- Classificazione e caratteristicheAnalogico Lineare
- Sensibilità0,005 cm
- Portata20 cm
- Classe1



Calibro ventesimale

2) Bilancia di precisione:

- Nome Strumentobilancia di precisione
- MarcaKern
- CodiceTSA-600
- Classificazione e caratteristicheDigitale a scala fissa
- Sensibilità.....0,01 g
- Portata600 g
- Prontezza.....1 s



Bilancia di precisione

3) **Righello:**

- Nome StrumentoRighello
- MarcaARDA
- Codice185632
- Classificazione e caratteristicheAnalogico Lineare
- Sensibilità.....0,1 cm
- Portata30 cm



righello 30 cm

4) **Piramide a base quadrata:**

Il materiale di cui vogliamo misurare la densità è una piramide a base quadrata di legno.



piramide a base quadrata

Procedure di misura:

• **Calibro**

Per prima cosa si deve aprire il calibro, porre l'oggetto in prossimità delle estremità delle ganasce aperte e stringere queste fino a racchiudere i bordi dell'oggetto. Si procede annotando la misura in centimetri, presente sulla scala fissa e indicata dalla tacca posta immediatamente prima della posizione dello zero nel cursore mobile. Al fine di individuare il numero di centesimi della misura, si individua la tacca del nonio che viene a coincidere esattamente con una qualsiasi tacca della scala graduata fissa. La cifra, corrispondente alla tacca del nonio, fornisce il numero corretto di centesimi di centimetro (o decimi di millimetro) che deve essere associata alla individuata nella scala fissa. Si ottiene così la misura desiderata.

• **Righello**

Per prima cosa si allinea perfettamente lo Zero del righello con un'estremità dell'oggetto. Poi ci si sposta verso il lato opposto dell'oggetto che si vuole misurare e si legge il valore che coincide con la fine dell'oggetto. Questo valore indica la "parte intera" della lunghezza dell'oggetto. Si procede

contando il numero di tacche che separano il numero intero al bordo dell'oggetto, ciò indica la cifra che va posta dopo la virgola. Si ottiene così la misura desiderata.

- **Bilancia di precisione**

Si posiziona la bilancia di precisione su una superficie piana e rigida. Per evitare la presenza di errori sistematici si controlla che il piatto della bilancia sia perfettamente orizzontale; effettuato questo controllo lo strumento viene acceso e opportunamente tarato. Si appoggia l'oggetto di cui si vuole conoscere la massa sul piatto della bilancia e si attende finché il valore fornito dal display non diviene fisso, ovvero non oscilla più. Il valore riportato indica la massa dell'oggetto.

Dopo una fase iniziale, in cui abbiamo testato le procedure di misura, abbiamo iniziato con le rilevazioni vere e proprie. Con ogni strumento sono state effettuate dieci rilevazioni, al fine di considerare oltre ai possibili errori casuali, dovuti alla nostra disattenzione, anche le imperfezioni del corpo da analizzare.

Dati rilevati:

Tabella 1

Lato di base con calibro			Altezza con calibro		
b	b (cm)	ϵ_{Ab} (cm)	h	h (cm)	ϵ_{Ah} (cm)
b ₁	5,410	0,005	h ₁	15,190	0,005
b ₂	5,480	0,005	h ₂	15,150	0,005
b ₃	5,410	0,005	h ₃	15,180	0,005
b ₄	5,480	0,005	h ₄	15,160	0,005
b ₅	5,480	0,005	h ₅	15,180	0,005
b ₆	5,480	0,005	h ₆	15,190	0,005
b ₇	5,410	0,005	h ₇	15,190	0,005
b ₈	5,480	0,005	h ₈	15,160	0,005
b ₉	5,410	0,005	h ₉	15,180	0,005
b ₁₀	5,410	0,005	h ₁₀	15,180	0,005

Tabella 2:

Lato di base con righello			Altezza con righello		
	b (cm)	ϵ_{Ab} (cm)	h	h (cm)	ϵ_{Ah} (cm)
b	5,5	0,1	h	15,2	0,1

Le dieci misure effettuate sono tutte uguali alle misure sopra riportate.

Tabella 3:

Massa		
	m (g)	ϵ_{Am} (g)
m	109,26	0,01

Le dieci misure effettuate sono tutte uguali alla misura sopra riportata.

Analisi dati:

Avendo eseguito le misure di lunghezza con due strumenti differenti, dobbiamo valutare la densità della piramide di legno sia con i valori forniti dal calibro, sia con quelli forniti dal righello. Solo dopo aver ricavato i due valori di densità potremo decidere se i risultati ottenuti sono compatibili (grafico di compatibilità) e individuare quale delle due densità sia la più precisa (errore relativo).

Analisi dati con le misure del calibro ventesimale

Ripetendo la misura più volte con il calibro abbiamo notato che si ottengono valori differenti. Calcoliamo così il valore più probabile del lato che sarà uguale al valore medio dei valori indicati dallo strumento; mentre l'incertezza è fornita dalla semi-dispersione.

Determinazione dell'intervallo di misura della base (calibro):

$$\bar{b} = \frac{b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 + b_6 + b_7 + b_8 + b_9 + b_{10}}{10}$$
$$\bar{b} = \frac{5,48+5,41+5,48+5,41+5,48+5,41+5,48+5,41+5,48+5,41}{10} = 5,445 \text{ cm}$$
$$\varepsilon_b = \frac{b_{Max} - b_{min}}{2} = \frac{5,48 - 5,41}{2} = 0,035 \text{ cm}$$

$b = (5,445 \pm 0,035) \text{ cm}$ $\varepsilon_{rb} = 0,00132$

Determinazione dell'intervallo di misura dell'altezza (calibro):

$$\bar{h} = \frac{h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 + h_6 + h_7 + h_8 + h_9 + h_{10}}{10}$$
$$\bar{h} = \frac{15,190+15,150+15,180+15,160+15,180+15,190+15,190+15,160+15,180+15,180}{10} = 15,175 \text{ cm}$$
$$\varepsilon_h = \frac{h_{Max} - h_{min}}{2} = \frac{15,190 - 15,150}{2} = 0,020 \text{ cm}$$

$h = (15,175 \pm 0,020) \text{ cm}$ $\varepsilon_{rh} = 0,00642$
--

Dai valori del lato di base e dell'altezza della piramide a base quadrata possiamo, ricavare il volume del solido e, con il valore della massa, la sua densità.

Determinazione dell'Area di base (calibro):

$$A_{base} = b^2$$

$$\bar{A}_{base} = \bar{b} \cdot \bar{b} = \bar{b}^2 = (5,445 \text{ cm})^2 = 29,648 \text{ cm}^2$$

$$\varepsilon_{rA} = 2 \cdot \varepsilon_{rb} = 2 \cdot 0,00642 = 0,01284$$

$$\varepsilon_A = \varepsilon_{rA} \cdot \bar{A}_{base} = 0,01284 \cdot 29,648 \text{ cm}^2 = 0,3807 \text{ cm}^2$$

$$A_{base} = (29,65 \pm 0,38) \text{ cm}^2$$
$$\varepsilon_{rA} = 0,01281$$

Determinazione del Volume della piramide (calibro):

Avendo determinato la misura dell'area di base della piramide, posso calcolarne Volume.

$$V = \frac{A_{base} \times h}{3}$$

$$\bar{V} = \frac{\bar{A}_{base} \cdot \bar{h}}{3} = \frac{29,65 \text{ cm}^2 \cdot 15,175 \text{ cm}}{3} = 149,98 \text{ cm}^3$$

$$\varepsilon_{rV} = \varepsilon_{rA} + \varepsilon_{rh} = 0,01284 + 0,00642 = 0,01926$$

$$\varepsilon_V = \varepsilon_{rV} \cdot \bar{V} = 0,01926 \cdot 149,98 \text{ cm}^3 = 2,94 \text{ cm}^3$$

$$V = (150,0 \pm 3,0) \text{ cm}^3$$
$$\varepsilon_{rA} = 0,0200$$

Dal volume della piramide, possiamo determinare la sua densità, per evitare complicazioni nella definizione delle unità di misura, esprimiamo tutte le unità di misura del S.I., kg per la massa e m³ per il volume.

$$V = (150,0 \pm 3,0) \text{ cm}^3 = (150,0 \pm 3,0) \times 10^{-6} \text{ m}^3$$
$$\varepsilon_{rA} = 0,0200$$

$$M = (109,26 \pm 0,01) \text{ g} = (109,26 \pm 0,01) \times 10^{-3} \text{ kg}$$
$$\varepsilon_{rM} = 0,0000915$$

Determinazione della densità (calibro):

$$d = \frac{M}{V}$$

$$\bar{d} = \frac{\bar{M}}{\bar{V}} = \frac{109,26 \times 10^{-3} \text{kg}}{150,0 \times 10^{-6} \text{m}^3} = 0,7284 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 728,4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\varepsilon_{rd} = \varepsilon_{rV} + \varepsilon_{rM} = 0,0200 + 0,0000915 = 0,0200915$$

$$\varepsilon_d = \varepsilon_{rd} \cdot \bar{d} = 0,0200915 \cdot 728,4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 14,63 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

La densità della piramide misurata con bilancia di precisione e calibro è

$$d = (728,4 \pm 14,6) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\varepsilon_r = 0,0200$$

Analisi dati con le misure del righello

Ripetendo più volte la misura con il righello abbiamo visto che lo strumento forniva sempre lo stesso valore. Quindi, in questo caso, il valore più probabile è quello indicato dallo strumento, mentre l'errore assoluto è fornito dalla sensibilità dello strumento.

Determinazione dell'intervallo di misura della base (righello):

$$b = (5,5 \pm 0,1) \text{ cm}$$

$$\varepsilon_{rb} = 0,0182$$

Determinazione dell'intervallo di misura dell'altezza (righello):

$$h = (15,2 \pm 0,1) \text{ cm}$$

$$\varepsilon_{rh} = 0,00658$$

Già da questi due dati si nota che le misure effettuate con il righello e con il calibro ventesimale sono compatibili. Mi aspetto che lo sia anche il valore di densità calcolato nei due casi. Ripetendo le stesse operazioni, fatte per i dati ricavati dal calibro, ed utilizzando le misure ricavate con il righello, si otterrà la seguente misura di densità (righello):

La densità della piramide misurata con bilancia di precisione e righello è

$$d = (711,8 \pm 30,7) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\varepsilon_r = 0,0431$$

Compatibilità tra le due misure

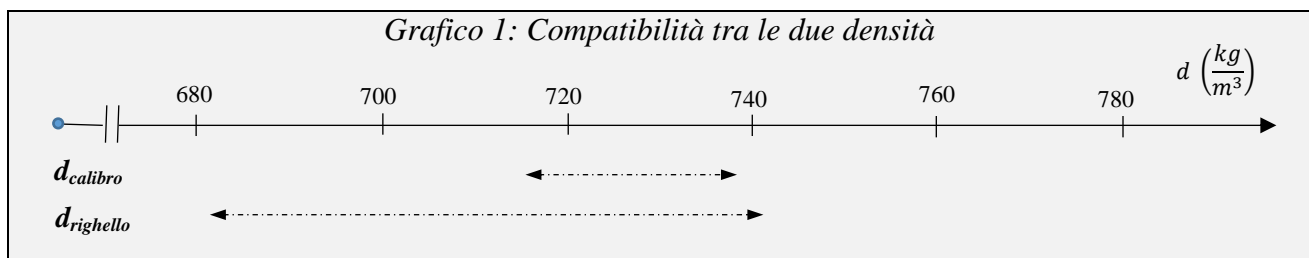
Ora abbiamo tutti i dati necessari per stabilire se le due misure sono compatibili tra loro e quale delle due sia la più precisa; per stabilirlo dovrò effettuare il grafico di compatibilità e confrontare i due errori relativi. Innanzitutto calcolo gli estremi dei due intervalli di misura, sommando (per d_{\max}) e sottraendo (per d_{\min}) l'errore assoluto al valore più probabile. Per chiarire i passaggi effettuati riportiamo il calcolo relativo alla misura effettuata con il calibro, riassumendo i risultati nella tabella 4.

$$d_{\text{calibro}} = \bar{d}_{\text{calibro}} - \varepsilon_d = 728,4 - 14,6 = 713,8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$
$$d_{\text{calibro}} = \bar{d}_{\text{calibro}} + \varepsilon_d = 728,4 + 14,6 = 743,0 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Tabella 4: Estremi degli intervalli di misura

	$d_{\min} (\text{kg/m}^3)$	$d_{\max} (\text{kg/m}^3)$
d_{calibro}	715,45	739,61
d_{righello}	681,11	742,47

Nel Grafico 1 (di compatibilità) sono rappresentati gli intervalli di misura delle densità appena.



Dal grafico si ricava che le due misure sono perfettamente compatibili tra loro, infatti non solo hanno un intervallo di misura comune (intervallo di compatibilità), ma l'intervallo di misura d_{calibro} è interamente contenuto in quello ottenuto con il righello (d_{righello}).

Precisione delle due misure

Per determinare quale delle due misure sia la più precisa bisogna confrontare gli errori relativi tra loro; individuandone il più piccolo.

$$\varepsilon_r(\text{Calibro}) = 0,0200 = 2,00\%$$
$$\varepsilon_r(\text{Righello}) = 0,0431 = 4,31\%$$

Come ci si aspettavamo, l'errore relativo delle misure con il calibro è molto più piccolo di quello relativo alle misure con il righello. Pertanto la misura di densità effettuata con il calibro è sicuramente più precisa.

Conclusioni:

Possiamo concludere che la densità ricavata dalle misure effettuate con il calibro ventesimale è compatibile con quella ottenuta con il righello; inoltre, il calibro ventesimale consente di ottenere misure di densità sicuramente più precise.